

La tenuta delle botti e il calcolo degli scemi

In un'opera del senese Tommaso della Gazzaia
(dal Codice C. III. 23 della Biblioteca degli Intronati di Siena)*

Nel mio studiare i codici matematici medievali, mi sono imbattuto talvolta in un argomento il cui interesse è spiegabilmente sentito nel campo dell'agricoltura e della mercatura: il calcolo della tenuta delle botti con quello dei relativi scemi loro. La cosa, d'altra parte, ha richiamato l'attenzione anche di insigni matematici e qui basti ricordare Giovanni Keplero che nel 1615 pubblicava la Nova sterometria doliorum vinariorum una di cui copia, esistente presso la Biblioteca Nazionale di Firenze, è stata da me illustrata per le annotazioni appostevi da Vincenzio Viviani(1).

Mi ero sempre ripromesso di dedicare, prima o poi, una indagine su queste trattazioni medievali quando avessi trovato una esposizione più estesa ed altri impegni di ricerca me lo avessero permesso; adesso sono stato favorito dallo studiare un trattato matematico di un senese conservato nella città natale dell'autore: dell'uno e dell'altro passo subito a fornire alcune notizie.

* * *

L'opera contenuta nel Codice C. III. 23 della Biblioteca degli Intronati di Siena, sul quale torna ora a soffermarsi la mia attenzione (2), è così descritta succintamente da Giuseppe Ilari nel tomo III de La Biblioteca Pubblica di Siena disposta secondo le materie (3): « AGAZZARI, alias Misser TOMMASO de la Gazzia, Trattato di aritmetica, algebra e geometria, ove si trovano notati i pesi e misure, come pure le monete di varie piazze del mondo, ed i loro ragguagli, opera del 1300. MS. Copia del princ. del XVIII o della fine del XVII sec. ».

Circa l'autore, non mi resta che riferire quanto ne dice l'abate Luigi De-Angelis nella sua Biografia degli scrittori sanesi (4): « AGAZZARI (Tommaso). Circa gli ultimi periodi del XIV. secolo troviamo, aver fiorito Tommaso della nobile famiglia degli Agazzari, senese. Il Signorista, esistente fra i mss. della pubblica Biblioteca rammenta Tommaso di Bartolomeo degli Agazzari, nel 1379. Era allora fra i Riseduti. Nel 1415 era esecutore delle Gabelle nel Terzo di Città. Il Benvoglianti afferma che di questo Scrittore leggonsi due Sonetti, che molto giovinetto dovette comporre (5) (Scrittori Sanesi fol. 18). Alcuni

* Lavoro eseguito nell'ambito del Gruppo di ricerche n. 25 del C.N.R. (Comitato delle Matematiche).

anni sono vidi nella Biblioteca di S. Francesco un libro ms. Il suo Titolo era = Liber Geometriae = è scritto bensì in italiano, e mi sembra, se non m'inganno, che siasi uno de primi di simil sorte a trovarsi in nostra lingua. Presentemente è nella Pubbl. Biblioteca.».

Tornando a parlare del Liber geometriae dirò che occupa le cc. 136 r. 284 v. del precitato Codice; in realtà, le sue carte sono 152, come del resto mostra la propria numerazione posta all'interno, giacchè quella predetta, che è posta verso l'esterno, reca anche le signature: 139 bis, 253bis, 277bis.

Circa il suo contenuto, mi limiterò a riportare, in Appendice, i pochi titoli che s'incontrano nella lettura; si tenga però presente che sotto di quelli si trovano trattati anche argomenti, sempre matematici, che niente hanno a che fare coll'oggetto da essi indicato: si tratta, ovviamente, di una intitolazione assai sprecisa e incompleta.

* * *

In quattro luoghi del suo trattato, il dalla Gazzaia prende a trattare le citate questioni: ora pubblico ordinatamente quelle parti qui di seguito, facendole precedere da una qualche spiegazione che ho ritenuto indispensabile onde agevolare il lettore nella comprensione del testo: il qual testo, si badi (e qui attribuisco la colpa al tardo copista), presenta alcune mende, alcune delle quali ho ritenuto indispensabile correggere in parentesi quadra affiancata: a tali mende di calcolo sono da aggiungersi la mancata riproduzione di tavole, l'estrema sprecisione nel riprodurre i disegni e il non aver messo a nuovo la numerazione delle pagine nei richiami.

Circa la trascrizione mi sono attenuto, come al solito, alla riproduzione integrale di ogni parola del testo, ricostruendole quando era necessario, collocando gli accenti e gli apostrofi mancanti e introducendo una punteggiatura alla moderna.

* * *

Questa pubblicazione, oltre a rinverdir la memoria di un matematico che vien sempre dimenticato, vale a colmare una lacuna circa il procedere in ricerche che egli compiva « per suo piacere, diletlandosi de la scientia de la geometria » e con la osservazione assai modesta di aver « sempre inteso di stare a la correzione di chi più ne sapesse »

Gino Arrighi

Università di Pisa

NOTE

(1) ARRIGHI G., Note di Vincenzo Viviani ad un'opera di Giovanni Keplero in « *Physis. Rivista internazionale di storia della scienza* ». Vol. VIII (1966), fasc. I; p. 129.

(2) ARRIGHI G., Regole sul calendario del matematico senese Tommaso della Gazzaia (secc. XIV-XV) in corso di stampa nel vol. III della « *Miscellanea di studi in memoria di Giovanni Cecchini* » (Vol. LXXII del « *Bullettino Senese di Storia Patria* »).

- (3) Siena 1845. Tipografia all'insegna dell'Ancora. P, 6.
 (4) Siena 1824. Nella Stamperia Comunitativa presso Giovanni Rossi. P. 20. Del nostro, certamente, non dovevasi tacere nel *Dizionario biografico degli italiani*.
 (5) Uno di questi sonetti è stato reso alle stampe in ARRIGHI G., *Ricordo dell'Ordine dell'Altopascio in un sonetto senese del Trecento* in « *Giornale storico della Lunigiana* » anno XVI della nuova serie (1965), fasc. 1-4; p. 85.

PARTE I

(c. 184 r. e v).

Si comincia col fornire la tavola per il calcolo degli scemi; ma, ancor prima di mostrarne l'uso, si fornisce un procedimento per quello della intera capacità introducendo una unità detta zuccolo. Per questo secondo calcolo si farà il quadrato dell'altezza, potremmo dir diametro, determinata secondo un procedimento spiegato più oltre; lo si moltiplicherà per $11/14$ in considerazione che si assume $\pi = 22/7$. Il risultato diviso per 5 è, subito dopo, chiamato in staia, il che significa esser lo staio eguale a 5 zuccoli cubici. Del quoziente, la cui parte frazionaria è ridotta in metadelle ciascuna delle quali è $1/16$ di staio, prende i $29/30$ quale tenuta della detta botte.

Per il calcolo dello scemo si considera il rapporto fra l'altezza del vuoto e quella intera, in corrispondenza del quale, sulle tavole, si legge la frazione della intera capacità di cui la botte è scema.

Sul finire si trova la maniera di valutare quell'altezza media della quale si farà uso nei calcoli.

* * *

Regola da misurare botti et cogliare scemi et, prima, l'enposte da cogliere li scemi come apresso diremo

Queste imposte qui sono l'enposte da cogliere li scemi de le botti et da qui innanzi se ghusta la misura, cioè la regola da misurare le botti, come vedi qui apresso; e poi di sapere cogliere lo scemo, come vedi, che sseguita dopo la misura.

per lo $1/2$ piglia $1/2$	per $1/11$ piglia $1/22$
per $1/3$ piglia $7/24$	per $2/11$ piglia $1/8$
per $1/4$ piglia $1/5$	per $3/11$ piglia $3/13$
per $1/5$ piglia $1/7$	per $4/11$ piglia $1/3$
per $2/5$ piglia $3/8$	per $5/11$ piglia $53/101$
per $1/6$ piglia $1/9$	per $1/12$ piglia $1/25$
per $1/7$ piglia $1/11$	per $5/12$ piglia $19/48$
per $2/7$ piglia $1/4$	per $1/13$ piglia $1/27$
per $3/7$ piglia $2/5$	per $2/13$ piglia $1/10$
per $1/8$ piglia $1/13$	per $3/13$ piglia $3/17$
per $3/8$ piglia $1/3$	per $1/14$ piglia $1/30$
per $1/9$ piglia $1/16$	per $1/15$ piglia $1/34$
per $2/9$ piglia $1/6$	per $1/16$ piglia $1/40$
per $4/9$ piglia $7/16$	per $1/17$ piglia $1/42$
per $1/10$ piglia $1/19$	per $1/18$ piglia $1/44$
per $3/10$ piglia $3/11$	per $1/19$ piglia $1/47$
	per $1/20$ piglia $1/53$

Se volesse misurare una botte che fosse alta 8 zuccoli e lunga 4 zuccoli e vuoi sapere quante staja tiene questa botte, prima diei recare a quadro la detta botte e diei fare così. Sempre moltiplica l'altezza per se medesimo et di': 8 via 8 fa 64. E puoi montiprica per 11 e di': 11 via 64. Che fa 704 e parte per 14, che ne viene 50 e $4/14$. Ora montiprica la lunghezza che è lunga, come detto è, 4 zuccoli e di': 4 vie 50 $4/14$. Che fa 201 e $2/14$ e sempre die' partire questo per 5, che nne viene 40 e $8/35$. Ora si vuole senpre, d'ogni 30, trare uno; mira adunque che tocca a 40 e $8/35$ di stajo, cioè puoi dire tre metadelle, che tocca uno staro e cinque metadelle. Ora trae uno staro e cinque metadelle di 40 staja e 3 metadelle, che ti rsta 38 staja e 14 metadelle e cotanto terrà questa botte, cioè 38 staja e 14 metadelle; ed è fatto^(a).

Se volessi cogliare lo scemo di questa botte, pone che questa botte fosse scema 2 zuccoli. Dei prima vedere quanto è alta la botte che, come dicemmo, è alta 8 zuccoli; dei vedere 2 zuccoli che parte è d'otto zuccoli, che è il $1/4$. Ora dei mirare l'enposte che ssono qui dallato che vedi che, per lo $1/4$, si piglia el quinto. Mira ora che è il quinto di 38 staja e 14 metadelle, che è 7 stara e 12 metadelle. E così è isciema la botte, cioè 7 staja e 12 metadelle; et d'è fatta.

E quando vogli misurare a punto un botte diei così fare. Prima diei ponare la misura al fondo dinanzi in tre modi: prima per l'altezza e due per lo traverso. E raunare insieme e partire per terzo; e così fare al fondo dietro e puoi raunare queste due misure, così sterzate, et partire per mezzo. Puoi dei misurare per simole modo l'altezza di mezzo, cioè dal fondo al manfano, et, per cagione del corpo de la botte, de' esser maggiore che quella de' fonti; vuolsi pigliare chella parte che è maggiore e dividerla per mezzo e quella metà ponare sopra a la misura del fondo. E questo è el vero diametro de la botte, e questo è quello che si vuole moltiplicare et partire come è detto. Questa misura sotto segnata è la radice del mezzo quarto però che 'l mezo quarto è segnato per ponti.

[Qui si trova lo schizzo di un'asta con, sopra segnati, 12 punti a distanze irregolari e alcuni dei quali sono cancellati].

PARTE II

(cc. 186 r. - 188 v.)

Qui si comincia coll'affermare che lo spigolo di un cubo del volume di uno staio è lungo $9/20$ di braccio a canna alla misura senese; onde una botte, lunga m volte $9/20$ di staio e la cui sezione è equivalente al quadrato che ha per lato la predetta lunghezza, ha la capacità di m^3 staia. Da ciò, segue: per $m = 1/2$ la capacità è $1/8$ di staio cioè un mezzoquarto, per $m = 1/4$ la capacità è $1/64$ di staio cioè un quartuccio.

Segue un procedimento per determinare una altezza media e, per il successivo calcolo di capacità, introduce una nuova unità di lunghezza detta ponto. Del quadrato dell'altezza si prendono gli $11/14$, onde si ottiene una sezione media, e il risultato si moltiplica per la lunghezza. Quindi si divide

^(a) Nota marginale: Non mi pare buona regola ma va' a fo. 175 e quella è regola perfetta, a fo. 184 et a fo. 172 e 173. [Si tratta di chiami ai fogli dell'opera originale o in precedente copia].

per 8 il numero che si ottiene da questo prodotto trascurando le prime tre cifre di destra e le eventuali frazioni: il quoto vien detto essere staia: da ciò segue che lo staio e il quartuccio si considerano, rispettivamente, come di 8000 e 125 ponti cubici. Ovviamente ogni unità del resto della predetta divisione è un mezzoquarto e, dividendo la parte precedentemente trascurata per 125, si ottengono i quartucci. Si passa poi a raccogliere i risultati considerando che un mezzoquarto è 2 metadelle e che 4 quartucci fanno una metadella; se ne detraggono poi quartucci $1 \frac{1}{5}$ per ogni staio, cioè $\frac{3}{160}$; al fine di avere la capacità della botte.

Successivamente mostra un altro esempio di calcolo relativo con altre misure sempre espresse in ponti e, infine, ricorda la predetta detrazione da farsi.

Segue un altro procedimento per cui il prodotto del quadrato dell'altezza per la lunghezza viene direttamente diviso per 160 al fine di trovare i quartucci, il che dà un risultato un po' superiore a quello precedentemente ottenuto col moltiplicare per $\frac{11}{14}$ e dividere per 125; infine si fa una deduzione di 4 quartucci per ogni 5 staia, cioè di $\frac{4}{5}$ di quartuccio a staio, il che porta ancora ad accrescere il risultato finale.

Successivamente viene mostrato un altro procedimento in cui il solito prodotto è successivamente diviso tre volte per 12, cioè per 1728, al fine di averci la misura espressa in soldi cubici, ciascuno dei quali, subito si avverte, è un sesto di staio. Ciò significa che adesso deve dividersi per 10368 al fine di trovare le staia e per 162 per trovare i quartucci. Si tenga conto che il dividere per 10368 senza moltiplicare per $\frac{11}{14}$ è come dividere per 8146 avendo moltiplicato per $\frac{11}{14}$; l'attribuzione di un maggior numero di ponti cubici allo staio verrà in parte compensata di ogni ulteriore detrazione. Nell'analisi delle successive divisioni per 12 si richiama che 6 ponti cubici valgono ora $\frac{1}{27}$ di quartuccio, che la dodicesima parte del soldo cubico detta denaro cubico è gli $\frac{8}{9}$ di quartuccio e che il soldo cubico è quartucci $10 \frac{2}{3}$.

* * *

[*Seguono esercizi di calcolo dell'area del cerchio, assumendosi $\frac{3}{17}$ come rapporto delle lunghezze della circonferenza e del diametro*], e queste regole sono necessarie non tanto a misurare uno terreno che sia ritondo a rota, ma ancora a misurare una botte che, senpre volendo sapere quello che tiene la botte che sai che è tonda, senpre si vuole recare a quadro ed è necessario sapere el suo diametro et moltiplicare e partire per quelle regole t'ò date quj adietro nel misurare le botti, però che tutte si vogliono misurare in quella forma.

Io Tomasso de la Gazaja Kavaliere trovai per me medesimo certa regola da misurare le botti, senza recare a quadro, perfetta e buona, la quel'è scritta in questo Libro a fo. 72 e anco in altri luoghi pure in questo Libro, e trovaj questa non essere buona, cioè quella de la quale qui si fa menzione.

Anco si vuole sapere che la radice cubica de lo staio del vino a la sanese sie 9 vintesimi di braccio a canna a la misura sanese. E tante volte quanto quella radice cubica entra di quadrato nella botte, tante staja tiene la botte, et così: la metà di nove vintesimi di braccio quadrata tiene uno mezzoquarto, e la quarta parte di detta misura cioè di $\frac{9}{20}$ essendo quadrata tiene uno quartuccio. E tutto s'intende a le misure sanesi come abbiamo detto; ma, perchè non si trovano le botti che sieno con queste misure a punto, si vuole ricorrare a le misure appropriate segnate a zuccoli et pontate. Queste ragioni soprascritte t'ò mostrate per sapere digrosare a chi non si intendesse de' zuccoli et c..

[.....]

Se volessimo misurare una botte si conviene tenere questo modo. Prima prendere la misura del fondo dinanzi per l'altezza, quanto più sotilmente si può, per l'altezza et puoi per lo traverso et, così colte a punto queste 2 misure, aggiustarle insieme a partire per mezzo però che senpre la botte e più per l'alto che per lo traverso et, così misurata e partita, è la misura dinanzi; et similmente fa' il fondo dietro per alto et per traverso et parte per mezzo come è detto. Puoi aggiusta la misura dinanzi con quella dietro et parte per mezzo, e àj la misura de' fondi. Puoi si vuole mettere le misure al corpo, cioè dal fondo al manfano, et puoi per traverso et, aggiustare insieme et partire per mezo come facesti al fondo. Et puoi aggiustare quella del fondo con quella del corpo et partire per mezo; et così ài colta la misura a punto, la quale misura debbi segnare et vedere quanti ponti ella è. Poniamo essenpro ch'ella sia, così adrittata, 90 punti, di' così: 90 via 90 fa 8100. Ora moltiplica per 11 e di': 11 via 8100. Che fa 89100, parte per 14 che tti resta $6364 \frac{4}{14}$; misura ora la lunghezza de la botte et poniamo che sia lunga punti 60, moltiplicata 60 via $6364 \frac{4}{14}$ che fa $381857 \frac{2}{14}$. E parte prima, le miglia sole, per 8 e, quante volte v'entra 8, sono staja; e le migliaja che avanzano sono, ciascuno migliaro, uno mezzoquarto; che montano staja 47 e mezoquarti 5. Puoi prende la centonaja e numeri che so' $857 \frac{2}{14}$ e parte per 125, che sso' 6 quartucci ed avanza 107 punti $\frac{2}{14}$ e si può dire più di $\frac{4}{5}$ di quartuccio. Ora giusta insieme staja 47 e mezoquarti cinque con quartucci 6 e $\frac{4}{5}$, restano staja 47 e più metadelli 11 quartucci $2 \frac{4}{5}$ di quartuccio. Ed è fatta, e tanto tiene la botte alta ponti 90 e lunga ponti 60, cioè staja 47 metadelle 11 quartucci $2 \frac{4}{5}$; trane, per ciascuno stajo, quartucci $1 \frac{1}{5}$, resta staja 46 quartucci $54 \frac{4}{5}$.

Anco diremo una botte è alta ponti $95 \frac{1}{2}$ e lunga $49 \frac{1}{4}$; montiplichiamo l'altezza per se medesima e diremo $95 \frac{1}{2}$ via $95 \frac{1}{2}$ che fa $9120 \frac{1}{4}$ e moltiplicali per 11 che fa, e di': 11 via $9120 \frac{1}{4}$. Che fa 100322 e $\frac{3}{4}$, parte per 14, che tti resta 7165 e $\frac{51}{56}$; ora piglia e' punti de la lunghezza de la botte, che so' $49 \frac{1}{4}$, e di': $49 \frac{1}{4}$ via 7165 e $\frac{51}{56}$ fa 352921 e $\frac{81}{1568}$. Ora ti conviene partire le miglia per 8 le quali sono 352 chè, quante volte v'entra 8, tante staja sono, che sono 44 staja. Puoi piglia le centonaja e numari che so' 921 e $\frac{81}{1568}$ e parte per 125 che tti fa 7, e sono quartucci, e avanzati punti 46 e $\frac{81}{1568}$. E tanto tiene la botte ciò: staja 44 e quartucci 7 e punti 46 e più $\frac{81}{1568}$, che puoi dire poco più di $\frac{1}{3}$, e ài staja 44 quartucci $7 \frac{1}{3}$, la misura de' punti è indietro a fo. 69. Fatto questo, se ne cava, per ciascuno staro, quartucci $1 \frac{1}{5}$, resta staja 43 quartucci 18 e ponti 46.

Hora di queste 2 ragioni qui di sopra date per essenprio, e di tutte l'altre simiglianti, se ne vuole cavare per ogni stajo uno quartuccio e più 2 quartucci per ogni dicina di staja. E la detta regola fu trovata e composta per me Tomasso da la Gazaja Kavaliero da sSiena.

E se noi volessimo fare per un'altra regola più breve, ma non viene così a punto bene, s'acosta assai a la verità ed è più agevole, prima si conviene prendere le misure come è detto, puoi si vuole moltiplicare l'altezza per se medesimo e dire: 90 via 90 fa 8100. Parte per 10 resta

810, parte per 4 resta $202 \frac{1}{2}$ e poi parte per 4 che so' 50 e $\frac{5}{8}$ e sono quartucci. Ora moltiplica la lunghezza, che sono ponti 60, e di': 60 via 50 $\frac{5}{8}$. Che fa 3037 parte per 64 che tti fa staja 47 e 29 quartucci; ora trae, per ogni 5 staja, 4 quartucci e puoi dire: quartucci $37 \frac{1}{4}$; e ài 46 staja 56 quartucci. E tanto tiene la botte ch'è lunga 60 ponti e alta 90, cioè staja 46 quartucci 56, la misura de' punti è qui di sotto cioè che questa misura è diece punti.

Trovata per Tommaso da la Gazaja Kavaliero.

[Qui si trova lo schizzo di due aste poste di seguito contenenti ciascuna 5 punti]

A volere misurare perfettamente una botte, et non e avere fadiga di recare a quadro, prende questo modo. Colte prima la misura dell'altezza de la botte a punto e, trattone la differentia, si moltiplica i ponti dell'altezza per se medesimo. Puoj moltiplica quello che monta l'altezza, moltiplicato per li ponti de la lunghezza de la botte e quello che monta parte 3 volte per 12 e quello che tti viene chiamali soldi, che ogni soldo vale un sesto stajo; onde partendo in sei, quante volte v'entra el sei, tante staja tiene e quelli che tti resta sono sestì stai. Hor, per non volerne mancare niente niente, accoglie tutti' e' rotti che tti sono rimasi nel partire di sopra per 12 e, 'n questo modo: la prima volta che parti per 12, quelli rotti che ti rimangono sono punti e sappi che 6 ponti vagliono $\frac{1}{27}$ di quartuccio, la 2^{da} volta che parti per 12 ciascuno che tti rimane vale $\frac{2}{27}$ di quartuccio, la terza quello che monta el partito puoj dire che sia ciascuno uno soldo, chello ti rimane sono denari e ciascuno denajo vale $\frac{8}{9}$ di quartuccio. E questa 3^a volta che parti per 12 puoi chiamare, el partito, denari e quello ti rimane spezzati sono denari, come è detto. E però vedi che, valendo el denajo $\frac{8}{9}$ di quartuccio, che 'l soldo vale quartucci $10 \frac{6}{9}$, cioè $10 \frac{2}{3}$; e così vedi che ogni 6 soldi vagliono uno stajo. E questa regola è perfetta, senza nessuno difetto; e, acciò che non possa comettare errore, sappi che il braccio a canna sanese, diviso per ponti, è 45 ponti. E puoi lassare ogni altra regola e attaccati a questa, et caetera, composta e trovata per me Tommaso da la Gazaja Kavaliero da Siena.

Truovane puoi un'altra più agevole et più intendente secondo mio parere ed è perfetta simile a questa scritta a fo... contrassegnata con una croce da capo.

PARTE III

(c. 259 r.)

Si ha qui un altro procedimento senza moltiplicare il solito prodotto per $\frac{11}{14}$ e considerando ancora il quartuccio come di 162 ponti cubici. Il detto prodotto si divide dapprima per 18 onde si traggono i noni di quartuccio giacché $18 \times 9 = 162$, dividendolo ancora per 18 si trovano i $\frac{18}{9}$ di quartuccio cioè le mezzette, dividendolo poi per 8 si trovano i quarti che sono di 8 mezzette, dividendolo in fine per 4 si trovan le staia. Segue la tenuta della botte senza fare ora alcuna detrazione.

Questa^(b) è una regola da misurare botti trovata anco per Tomasso da la Gazaja Kavaliero. Prima misurare quanti ponti è el diametro dell'altezza della botte, senpre tratte le differenze de corpi et de' capanpi, et montiplicare que' ponti per loro medesimi; et quello ti fa multiplicare co' ponti de la lunghezza de la botte e quello monta, el tutto così multiplicato, parte prima per 8 [18] e quello ti fa sono nonj di quartuccio e quello ti rimane sono ponti. Puoi parte, la seconda volta, per 18 e quello ti fa sono mezette e quello t'avanza sono noni di quartuccio. Puoi parte, la terza volta, per 8 e quello ti fa sono quarti e quello t'avanza sono mezette. Poi parte, la quarta volta, per 4 e quello ti fa sono staja e quello t'avanza sono quarti di stajo. Verbi gratia, ell'è una botte che, tratte le diferentie, è alta ponti 70 ed è lunga ponti cinquanta et voliamo sapere quello che ttiene. Prende prima e' ponti dell'altezza, che è ponti 70, e di': 70 via 70 fa 4900. Poi prende e' ponti de la lunghezza della botte, che è ponti 50, e montiplicali con quel multiplicato et di': 50 via 4900. Che tti fa 245000, e parteli per 18 che tti fa 13611 e rimanti 2 ponti, che sso' 13611 nonj di quartuccio e 2 ponti. Parte questi 13611 per 8 [18] che tti fa 756 mezette e rimanti 3 noni di quartuccio. Ora parte 756 mezette per 8 che tti fa quarti 94 e rimanti 4 mezette. Ora parte 94 quarti per 4 che tti fa 23 staja e rimanti 2 quarti di stajo. Or acoglie que' rotti che tti so' rimasi et vedi che la botte, alta 70 ponti e lunga 50, tiene staja 23 quarti 2 mezette 4 nonj di quartuccio 3 e ponti 2. Ed è fatta la tua ragione, senpre intendendosi: e' ponti a 45 per braccio a cana sanese, et la misura de lo stajo del vino anco a la sanese.

PARTE IV

(cc. 269 v. - 278 r.)

In ordine al problema in oggetto, si comincia col fornire una relazione fra lo staio e il braccio cubico dicendo che questo è staia 11 quartucci 11 10/11, cioè staia 11, 186. In realtà, da quanto detto in principio alla Parte II, dovrebbero aversi staia $(22/9)^3$ che è circa 10,974: questo è inferiore al precedente valore ed assai discosto da esso.

Per provare il valore ora fornito, passa al calcolo di una botte cilindrica circoscrivibile ad un braccio cubico. Il solito prodotto verrà diviso per 162 al fine di trovare i quartucci, donde si passa alle staia; al risultato vengono tolti i suoi 4/11 con che si perviene alla predetta determinazione. Per altra prova si determina la capacità di una botte, ancora cilindrica inscrivibile in un braccio cubico; al solito modo si determinano quartucci e staia e, al risultato, si aggiungono i suoi 3/11 con che dovrebbe ritrovarsi il solito valore.

Recapitolati due procedimenti per passare dai ponti cubici alle staia, si ricorda che, quando non si moltiplichino per 11/14 il solito prodotto, occorre prendere il quartuccio e lo staio, rispettivamente, di 162 e 10368 ponti cubici; mentre, quando si effettui la predetta moltiplicazione, questi due numeri devono essere variati, rispettivamente, in 127 4/14 e 8164 4/14. Valori, questi, che si ottengono moltiplicando i precedenti per 11/14 e che risultano più elevati di quelli forniti, rispettivamente, in 125 ed 8000 ancora verso il principio della Parte II. Indi vien posto un esempio in cui una misura di ponti non sia intera, ma sia ponti e frazione di ponto: si ridurrà il tutto ad una frazione per poi operare come al solito.

^(b) Questa parte è preceduta dal disegno di una mano che indica.

Vengono poi trattati due esercizi in cui, come unità di lunghezza, si assume il soldo di cui, verso la fine della Parte II, incontrammo il derivato soldo cubico che è la sesta parte dello staio. Ogni unità del solito prodotto, quando ciascuna misura lineare sia in definitiva raddoppiata, risulterà essere $1/48$ di staio e si dirà terzeruola; dividendo per 3 se ne traggono le metadelle da cui etc. Verso la fine del primo esercizio, quello che ora stiamo esaminando, si dice che 6 soldi sono 72 ponti cioè che il soldo è di 12 ponti; questo poteva dedursi dal fatto che, essendo il soldo $1/6$ di staio ed avendosi preso questo di 10368 ponti cubici giacché qui non si effettua la moltiplicazione per $11/14$, il soldo cubico è 1728 cioè 12^3 .

Nel secondo esercizio, non effettuandosi la predetta duplicazione delle misure lineari, si ottiene un risultato in soldi cubici, da cui si procede al solito. Si conclude osservando che le misure supposte sono in soldi interi giacché il calcolo colle frazioni di soldo sarebbe assai difficoltoso. Si osservi che il denaro di cui si parla è la dodicesima parte del soldo, cioè un ponto, e non la misura da cui deriva il denaro cubico di verso la fine della Parte II che è ivi $1/12$ di soldo cubico.

Segue un esercizio col quale si ritorna alla valutazione delle lunghezze in ponti. Dal solito prodotto si estraggono terzeruole, metadelle e staia e si ricorda che, non avendosi ancor qui moltiplicato per $11/14$, la terzeruola si prende di 216 ponti cubici, il che corrisponde allo staio di 10368 ponti cubici; mentre, diversamente, sarebbe stata di ponti cubici $169\ 10/14$.

L'esercizio seguente, in principio alla parte introduttiva, reca una lacuna che non ne altera la comprensione e vi si dice che, dividendo per 12 il solito prodotto, ogni unità del quoziente si dice «soldo [che] vale $1/18$ di terzeruola»; in realtà, giusto restando questo valore in terzeruola, esso soldo, cubico, è $1/144$ del soldo cubico già noto.

L'esercizio successivo si sviluppa attraverso la estrazione di terzeruole, quarti di staio e staia; un altro esprime il risultato in quartucci, metadelle e staia.

A questo punto viene ripreso il discorso sulla eguaglianza del braccio cubico a staia 11 quartucci $11\ 10/11$, con le due prove già mostrate più sopra in questa parte IV: il calcolo, condotto con esattezza, è svolto con una diversa sequenza di divisioni. Sono poi ripetuti gli avvertimenti circa le quantità di ponti cubici che sono da attribuirsi allo staio ed al quartuccio a seconda che si operi nel «tondo» o nel «quadro» cioè per il comportamento circa la moltiplicazione per $11/14$. Indi, sebbene dica di fare una terza prova, in effetti ripete un calcolo già fatto.

Il capoverso successivo si apre con le parole «la inanzi scritta tavola» e si spiega l'uso di questa che, purtroppo non ci è stata tramandata dal nostro copista. Si deduce, comunque, che era divisa in parti e ciascuna «posta», corrispondente ad un valore dell'altezza espressa in ponti, forniva la tenuta in staia e quartucci corrispondentemente ai ponti della lunghezza. Vi si spiega il metodo di calcolazione adottato, che è quello del non moltiplicare per $11/14$ e del dividere tre volte per 12 ed una per 6, e si mostrano due esempi di calcolazione.

A conclusione di questa trattazione del calcolo della tenuta, è mostrato un altro esempio, ancora senza il moltiplicare per $11/14$, e dividendosi successivamente per 18, per 9 e due volte per 8.

A questo punto, il nostro Autore ci fornisce la tavola, corredata delle note esplicative, per il calcolo degli scemi: impresa dovuta a M^o Paolo dell'Abbaco e detta «del 60» per il motivo che vedremo. Tavola e testo trovansi in una stesura più antica, sebbene non di Paolo, a c. 173 r. del Manoscritto Fondi minori 106 (S. Pantaleo 13) della Biblioteca Nazionale Centrale di Roma, essa fu resa alle stampe da Baldassarre Boncompagni a pp. 383-4 dell'opera intitolata «Intorno ad alcune opere di Leonardo Pisano matematico del secolo decimoterzo (Roma, Tip. delle Belle Arti, 1854); ma, a differenza della presente che è completa, la copia romana è mancante della linea relativa al valore per 25.

La regola può così enunciarsi: nella prima colonna della tavola si va a ricercare il numero fornito dal rapporto fra altezza dello scemo e altezza

della botte moltiplicato per 60; il numero che, corrispondentemente, si legge nella seconda colonna va moltiplicato per la tenuta della botte, il quoziente della divisione per 60 del prodotto stesso ci dice di quanto è scema la botte.

Segue un'altra tavola, ancora, per il calcolo degli scemi; dagli esempi addotti risulta che nella prima colonna si hanno i rapporti fra altezza dello scemo e altezza della botte, nella seconda si leggono le frazioni di intera tenuta che misurano i corrispondenti scemi. Chiara è la interdipendenza fra le due regole e l'Autore commenta che questa seconda « s'accorda assai convenientemente cho' la regola del 60 ».

C'è poi un riferimento ad un'altra tavola, anch'essa mancante, in cui, procedendo nelle altezze per danari, era fornita la tenuta delle botti aventi lunghezza di un soldo. Se ne mostra l'uso dicendosi che per ogni denaro in più di lunghezza dovranno aggiungersi altrettanti dodicesimi di tenuta e che per una lunghezza di più soldi la tenuta dovrà essere moltiplicata per il loro numero. Vengono mostrati, altresì, alcuni esempi di calcolo che converrà riprendere anche in considerazione della nota marginale che vi si trova apposta; chiaro è per l'altezza di 4 soldi, per quella di 4 soldi e 1 denaro, che viene detto anche punto, riprenderò il procedimento ricordando che lo staio è 6 soldi cubici, il denaro cubico è $\frac{8}{9}$ di quartuccio, e che il denaro cubico non è, come si penserebbe, la centoquarantaquarantaquattresima parte del soldo cubico bensì la dodicesima. Vediamo così:

$$\begin{aligned} (\text{soldi } 4 \text{ denari } 1)^2 \times \text{soldi } 1 &= (\text{soldi } 4 \frac{1}{12})^2 \times \text{soldi } 1 = \\ &= \text{soldi}^3 (16 + \frac{8}{12} + \frac{1}{144}) = \text{soldi}^3 16 \text{ denari}^3 8 \frac{1}{12}; \end{aligned}$$

che vengono ridotti a staia

$$\begin{aligned} \text{soldi}^3 16 &= \text{staia } 2 \text{ quartucci } 42 \frac{2}{3} = \text{staia } 2 \text{ quartucci } 42 \text{ noni } 6 \\ \text{denari}^3 8 \frac{1}{12} &= \text{quartucci } \frac{8}{9} \frac{97}{12} = \text{quartucci } 7 \frac{5}{27} = \text{quartucci } \\ &7 \text{ noni } 1 \frac{2}{3}; \text{ e sommando avremo staia } 2 \text{ quartucci } 49 \text{ noni } 7 \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

In seguito torna a ripetere la questione dei ponti cubici che, per i due noti casi, devono competere al quartuccio ed allo staio e conclude ripetendo la regola quando non si moltiplici per $\frac{11}{14}$ e ricordando che dividendo il solito prodotto per 18 si hanno i noni di quartuccio, che dividendo questi per 12 si hanno le terzeruole mentre se si dividono per 18 ne vengono le mezzette, e che dividendo i quartucci per 64 o le terzeruole per 48 o le mezzette per 32 si ottengono le staia.

* * *

In^(c) nomine Domini amen. Questa è la misura del braccio quadrato del vino a la misura sanese così del braccio a canna sanese, come de la misura del vino a la sanese e la regola da doversi tenere per saperlo, trovata et conposta per me Tomasso di Misser Bartalomeo da la Gazaja Kavaliere per suo piacere, diletlandosi de la scientia de la geometria; et à senpre inteso di stare a la correzione di chi più ne sapesse, recata a più brevità et più chiara che non è a fo... e a fo..., furo in questo Libro scritte et trovate pur per me Tomaxo sopradecto.

Nella^(d) misura de le botti el braccio a canna sanese si divide, per questa mia regola, in 45 ponti e, secondo el mio parere cioè di me Tomaxo sopradecto, el braccio a canna di Siena quadrato tiene staja 11 quartucci 11 e $\frac{10}{11}$ di quartuccio; e questo dimostrerò per più modi come apresso dirò.

E, prima, per la misura de le botti secondo la mia ultima et chiara regola e dico così. Una botte dove, trattone le differenze de' corpi, entrosse puntualmente un braccio quadrato si debbi fare in questo modo.

^(c) Questa parte è preceduta da un segno di croce.

^(d) Questa parte è preceduta dal disegno di una mano che indica.

Prima moltiplicare ponti 45 vie ponti 45 che fa 2025, e radoppia che fa 4050 e la radice di 4050 è 'l diametro de la detta botte el quale diametro si vuole moltiplicare per se medesimo e dire radice di 4050 vie radice di 4050 si tti fa pur 4050. Ora moltiplica 4050 co' la lunghezza de la botte, che è ponti 45, e di': 45 via 4050. Che tti fa 182250 ponti, e questi ti conviene esquadrare per questo modo, che ttu parta 182250 per 18 che tti fa 10125 e rimane 0. Ora parte 10125 per 9 che tti fa 1125 quartucci. E, volendo recare a mezoquarti, parte 1125 per 8 che tti fa 140 mezoquarti e rimanti 5 quartucci. E, volendo recorre a staja, 140 mezoquarti e 5 quartucci parte, e' mezoquarti 140 per 8 che tti fa staja 17 mezoquarti 4, e 5 quartucci ài in mano. Et ài staja 17 e quartucci 37, e tanto tiene la botte dove intrasse uno braccio quadrato pontalmente. Ora volendo che rimanga el detto braccio quadrato, cioè la tenuta d'esso braccio, se ne vuole trare per la ritondità volendo che rimanga la tenuta del detto braccio $4/11$ di staja 17 e quartucci 37 sen vuole cavare staja 6 quartucci 25 e $1/11$ di quartuccio, restano staja 11 quartucci 11 e $10/11$ di quartuccio. E, vedi, è come di sopra ti dissi.

Hora la puoi provare per un altro modo, cioè per lo suo rivescio, et di': una botte che ssia alta un 'braccio, cioè ponti 45, e lunga un braccio, cioè ponti 45, e noi voliamo sapere quello che tiene fa' in questo modo, di': 45 via 45 fa 2025. Puoj per la lunghezza, che è ponti 45, di': 45 vie ponti 2025. Che tti fa 91175 ponti isquadrati per lo modo detto di sopra et recati a staja e quartucci, cioè di partire ponti 91125 per 18 ti fa 5062 e rimanti 9 ponti, ora parte 5062 per 9 che tti fa quartucci 562 e noni $4 \frac{1}{2}$, recati a mezoquarti parte quartucci 562 per 8 che tti fa 70 e rimane quartucci 2, e recati a staja parte un'altra volta per 8 che tti fa staja 8 mezoquarti 6 quartucci 2 noni $4 \frac{1}{2}$, cioè staja 8 quartucci $50 \frac{1}{2}$. Ora, per reducerlo a braccio quadro, voti conviene agiugnere $3/11$ de le dette staja 8 quartucci $50 \frac{1}{2}$, che so' staja 2 quartucci 25 e ponti 69 [$66 \frac{3}{11}$], che, agiustati insieme con staja 8 quartucci $50 \frac{1}{2}$ ti fa a punto staja 11 quartucci 11 $10/11$ di quartuccio. Ed è provata l'una per l'altra.

E sappi che, come per quelle regole parti 3 volte per 12 e una volta per 6, per più agevolezza per questa regola si parte prima per 18 e quello ti fa sono noni di quartuccio e quello che tt'avanza sono ponti, la seconda volta si parte per 9 e quello ti fa sono quartucci e quello ti rimane sono noni di quartuccio. E, volendo recare a staja, parte 2 volte per 8 che la prima volta che partj e' quartucci per 8, quello ti fa, sono mezoquarti e quello ti resta sono quartucci; et partito la 2^{da} volta per quello ti fa sono staja e quello t'avanza sono mezoquarti. Agiustati insieme sono staja mezoquarti quartucci noni e punti. Ed è fatta.

E sappi che 'l quartuccio nel tondo porta ponti 162, detti ponti di 45 per braccio, et non bisogna altrimenti recare a quadro chè, recati a quadro, ti fano $127 \frac{4}{14}$.

E lo stajo nel tondo tiene ponti 10368, e nel quadro tiene ponti 8146 $4/14$.

E sse parti nel tondo ponti 10368 una volta per 18 e una volta per 9 e due volte per 8 ti fa uno stajo, et se rechi 10368 ponti a quadro ti fa

8146 $\frac{4}{14}$ che, partiti per 127 $\frac{4}{14}$, ti fa uno stajo a punto. Deo gratias.

E (e), nel cogliare l'alteza del diametro de la botte, venise ponto rotto nel trarre de le differentie, che è quasi impossibile che non venga, poniamo esenpro può venire ponti $80 \frac{1}{2}$ o vero ponti $80 \frac{3}{4}$ o vero ponti $80 \frac{2}{3}$ o vero ponti $80 \frac{1}{3}$ o vero qualunque altro ponto rotto venisse, vuolsi recare a sano se fosse più $\frac{1}{2}$ vuolsi dire: 2 volte 80 fa 160 e quello e' $\frac{1}{2}$ ài 161. Or moltiplica 161 via 161 che tti fa 25921, poi guarda quello 2 ch'è sotto la vergola del mezzo et moltiplicalo per se medesimo et di': 2 via 2 fa 4. E questo quatro è 'l partitore. Or parte per 4 quello che montò, cioè 25921 che tti fa 6480 $\frac{1}{4}$, e questi moltiplica co' ponti de la lunghezza de la botte et puoi parte per 18 e puoi parte per 9 e puoi parte per 8 com'è detto. E se fosse alta ponti $80 \frac{2}{3}$ reca e' detti 80 a terzi et di': 3 via 80 fa 240. Agnovi $\frac{2}{3}$ e ài 242; or moltiplicagli per se medesimi e di' : 242 via 242 che tti fa 58564. Puoi piglia quello 3 che è sotto la vergola de' $\frac{2}{3}$ e di': 3 via 3 fa 9. E questo è el partitore; parte 58564 per 9 che tti fa 6507 $\frac{1}{9}$ e questi moltiplica co' ponti de la lunghezza de la botte e quello monta parte per 8 [18], poi per 9, poi per 8, poi per 8 come detto è. E così, per qualunque ponto rotto fosse, si vuole recare a sano et sappi che la prima volta parti per 18 e quello ti fa sono noni di quartuccio e quello ti rimane son ponti, poi quando sicondariamente parti per 9 quello ti fa sono quartucci e quello ti rimane sono noni di quartuccio, poi quando parti la terza volta cioè per 8 quello ti fa sono mezoquarti e quello ti rimane sono quartucci, poi quando parti la quarta volta pure per 8 quello ti fa sono staja e quello t'avanza sono mezoquarti. Et così si vogliono puoi agiustare insieme.

Ecci un'altra regola da misurare le botti, cioè senpre inteso tratte le differenze come vuole ragione et detto è per l'altre regole, cioè recare e' ponti a soldi et a denari; ma a me pare più malagevole che quelle regole ò trovate io Tomasso da la Gazzaja Kavaliero per cagione del moltiplicare e' soldi rotti e danari rotti; ma per chiarire la mente di ciascuno più a intendimento, porrò la figura ne' soldi interi e diremo: una botte che ssia alta soldi 6 di ponti, di 45 per braccio a canna sanese, et sia longa soldi 6 che de' tenere a la misura sanese, che vedi ch'e' soldi sono tondi dell'altezza et de la lunghezza? Dovemo così fare. Prima prende e' soldi 6 dell'altezza e raddoppiali che sono soldi dodici, poi li moltiplica per loro medesimi et di': soldi 12 via soldi 12 che fa 144. Ora moltiplica soldi 6 de la lunghezza via 144 che tti fa 864 e questi radoppia che tti fa 1728. E voglio che ssappi che queste 1728 sono terzeruole, et partendo per 3 ti fa 576 metadelle, et partendo per 16 ti fa 36 che sso' staja. E contanto tiene la botte, ch'è alta ponti 72 cioè soldi 6 e longa ponti 72 cioè soldi 6, tiene com'è detto staja 36. Ed è fatta.

Anco te ne voglio mostrare un'altra regola più agevole trovata per me Tomasso da la Gazaja Cavaliere sopradetto ne' soldi tondi e dico così. Tu mi domandi che tiene una botte alta soldi 6 di ponti et lunga

(e) Questa parte è preceduta dal disegno di una mano che indica.

soldi 6 di ponti come dice la regola di sopra, or tiene questo modo. Prende l'altezza cioè soldi 6 e moltiplicali per se medesimi e di': soldi 6 vie soldi 6 fa soldi 36. Ora prende e' soldi de la lunghezza, che sono ancora soldi 6, e moltiplicali con quello moltiplicato e di': soldi 6 vie soldi 36. Che tti fa 216, e questi parte per 6 che vedi ti fa staja 36. E così vedi quanto è più agevole; ma questo s'intende ne' soldi tondi. Ma quando vuoi sapere de' soldi e de' denari, cioè de lo disvariato e molto malagevole però che vi sono e' rotti che sso' molto malagevoli a chi non è buono arismetico, cioè buono moltiplicatore e buono partitore; et perciò è meglio a fare la ragione co' ponti dell'altezza della botte, trattone la differentia, et de' ponti de la lunghezza come ti mostra la regola scritta in questo foglio nela 2^{da} faccia, dov'è segnata una croce con una mano e una corona, a ragione di staja metadelle et terzeruole o vuoi quella regola ch'è scritta inanzi a fo..., dove è segnato similmente d'una croce una mano et una corona, a ragione di staja mezoquarti quartucci et noni di quartuccio: però che radissime volte si troverebbe botti che l'altezza fosse soldi tondi e, simile, la lunghezza fosse anco soldi tondi.

Anco^(f) c'è un'altra regola da misurare le botti, a la misura di ponti 45 per braccio a canna sanese, trovata ancora per me Tomasso di Miser Bartalomejo da la Gazaja Kavalier. E prima prendere e' ponti dell'altezza de la botte, tratte le deferentie, et moltiplicarli per lo medesimi, puoi prendere e' ponti de la lunghezza de la botte et moltiplicarli col moltiplicato dell'altezza, et quello ti fa partire per 8 e quello t'avanza sono ponti ch'è ogni 6 ponti sono 1/36 di terzeruola, puoi parte per 12 e quello ti fa sono terzeruole e quello t'avanza ciascuno è uno dodicesimo di terzeruola, puoi quelle terzeruole parte per 3 e quello ti fa sono metadelle e quello t'avanza sono terzeruole, puoi quelle metadelle parte per 16 e quello ti fa sono staja e quello t'avanza sono metadelle. Verbi gratia, egli è una botte che, tratte le differentie, è alta 98 ponti e longa 70 ponti e noi vogliamo sapere quello che tiene. Dobbiamo prima pigliare e' ponti dell'altezza de la botte, cioè ponti 98, e dire: 98 via 98. Che tti fa 9604, puoi piglia e' ponti de la lunghezza de la botte, che è ponti 70, e di': 70 via 9604. Che tti fa 672280; ora questi parte per 8 che ti fa 37348 e rimanti ponti 16. Ora parte 37348 per 12 che tti fa 3112 terzeruole e rimanti 4/12 di terzeruola; ora parte 3112 terzeruole per 3 che tti fa 1037 metadelle e rimanti una terzeruola, ora parte 1037 metadelle per 16 che tti fa 64 staja e rimanti 13 metadelle. E ài in soma che la botte, che è alta 98 ponti e lunga 70 ponti, tiene staja 64 metadelle 13 terzeruola 1^a e 4/12 di terzeruola e più ponti 16. Ed è fatta la tua ragione e così fa' tutte l'altre di simile materia, senpre stando a la correzione di chi più ne sapesse; e, secondo questa ragione, e' non bisogna recare altrimenti quadro però che la terzeruola nel corpo tondo si fa a questa ragione ponti 216 e nel quadro bastarebbero ponti 169 10/14. E questa ragione è fatta perchè la botte è tonda a ponti 216 per ter-

^(f) Questa parte è preceduta da un segno di croce, dal disegno di una mano che indica e da una corona.

zeruola e a questo modo si de' fare la misura de la tenuta d'ogni corpo tondo com'è la botte o pozzo o cisterna, cioè a ragione di ponti 216 per terzeruola come detto abiamo, che così tiene nel tondo ma nel quadro la terzeruola è ponti 168 $10/14$. E così si riscontra a ponto colla regola segnata in questo modo inanzi a fo. 184; quantunque quella sia ridotta a staja mezoquarti quartucci noni e ponti, dove questa è a terzeruole.

E, similmente, c'è un'altra regola trovata anco per me Tomasso da la Gazaja Kavalieri; cioè prende e' ponti dell'altezza de la botte et multiplica con quello multiplicato dell'altezza, e quello ti fa parte per 12 e quello ti fa sono soldi, che ciascuno soldo vale $1/18$ di terzeruola, e quello ti rimane sono ponti. Puoi parte, la seconda volta, per 12 e quello ti fa ciascuno vale $2/3$ di terzeruola e quello ti rimane ciascuno vale $1/18$ di terzeruola; puoi parte, la terza volta, per 12 e quello ti fa ciascuno vale 8 terzeruole e quello ti rimane ciascuno vale $2/3$ di terzeruola; poi parte, la 4^a volta, per 6 e quello ti fa sono staja e quello t'avanza ciascuno vale 8 terzeruole. Ed è fatta la tua ragione. Verbi gratia, poniamo essenplo una botte alta 90 ponti, tratte le differenze, e lunga ponti 78 e voliamo sapere che tiene la detta botte. Prima pigliamo e' ponti dell'altezza, che sso' ponti 90, e montipricali per loro medesimi e di': 90 via 90 fa 8100. Poi montiplichiamo co' la lunghezza, che sono ponti 78, e di': 78 via 8100. Che tti fa 631800, e questi parte per 12 che tti fa 52660 e rimane 0, e questi, ciascheduno, vale $1/18$ di terzeruola. Puoi parte, la 2^{da} volta, per 12 che tti fa 4387 e rimane 6 che, ciascheduno di questi 4387, vale $2/3$ di terzeruola e quelli 6 che tti rimasero ciascheduno vale $1/18$ di terzeruola. Puoi parte questi 4387 per 2 [12], la terza volta, che tti fa 365 e rimanti 7 che, ciascheduno di questi 365, vale 8 terzeruole e quelli 7 che tti rimasero ciascheduno vale $2/3$ di terzeruola. Puoi parte, la 4^a volta, questi 365 per 6 che tti fa 60 e rimane 5 e questi 60 sono staja e quelli cinque, ciascuno, vale 8 terzeruole. Ora racolti tutti questi rotti che tti sono rimasti e vedi che la botte tiene staja 60 e terzeruole 45. Ed è fatta la tua ragione vera e certa, quantunque quella regola ch'è scritta inanzi a questa mi pare più intendente et più agevole, la quale è segnata d'una mano et d'una corona, et simile quella ch'è scritta inanzi a fo. 184, segnata similmente d'una mano una croce et una corona; ma tutte si riscontrano insieme, quantunque l'una faccia a terzeruole et l'altra a quartucci.

Item (g), c'è un'altra regola, pure trovata per Tomaxo Kavalieri sopradecto, sì come diremo. Prende e' ponti dell'altezza de la botte et multiplicalì per se medesimi, puoi prende e' punti de la lunghezza de la botte et multiplicalì con quello multiplicato dell'altezza, et tutto quello monta parte per 8 e quello ti fa sono dodicesimi di terzeruole et quello t'avanza sono ponti. Puoi parte quelli dodicesimi di terzeruola per 12 quello ti fa sono terzeruole e quello t'avanza sono dodicesimi di terzeruola, puoi parte un'altra volta per 12 quelle terzeruole e quello ti fa sono quarti di stajo et quello t'avanza sono terzeruole, poi parte

(g) Questa parte è preceduta da un segno di croce, dal disegno di una mano che indica e da una corona.

quelli quarti per 4 e quello ti fa sono staja et quello t'avanza sono quarti. Verbi gratia, una botte è alta 90 ponti et lunga 60 ponti et noi voliamo sapere quanto tiene la detta botte. Prima multiplica l'altezza per se medesima et di': 90 ponti via 90 ponti. Che tti fa 8100, poi multiplica la lunghezza, cioè 60 ponti, vi' 8100 che ti fa 486000, e questi parte per 18 che tti fa 27000 e rimane 0 e questi 27000 sono dodicesimi di terzeruole, esti parte per 12 che tti fa 2250 terzeruole, parte per 12 che tti fa 187 quarti e rimanti 6 terzeruole, et questi 187 quarti parti per 4 tti fa staja 46 quarti 3 terzeruole 6, ed è fatta la tua ragione. Et così puoi fare l'altre, senpre intendendosi prima tratte le differenze de' corpi et de' capi anpi a punto; e' ponti s'intendano a 45 per braccio a canna sanese et così s'intende lo stajo e la misura sanese. E questa è agevolissima, regola et intendevole quanto più si può.

Item^(h), anco un'altra regola, trovata per Tomasso Kavalieri sopra-detto, pure de' ponti di 45 per braccio e tratte le differenze de' corpi e de' capanpi de le botti, terrai questo modo. Multiplica e' ponti dell'altezza de la botte, tratta la differenza, per se medesimi et poi prende e' ponti de la lunghezza de la botte et moltiplicali con quello moltiplicato dell'altezza, e quello monta in tutto parte per 9 quello ti fa sono diciottesimi di quartuccio e quello t'avanza sono ponti, puoi parte quelli diciottesimi per 9 e quello ti fa sono meziuartucci e quello t'avanza ciascuno vale un diciottesimo di quartuccio, poi parte quelli meziuartucci per 8 quello ti fa sono metadelle e quello ti resta ciascuno vale mezoquartuccio, poi parte quelle metadelle per 16 e quello ti fa sono staja et quello ti resta ciascuno vale una metadella. Verbi gratia, per darti essemplo: una botte, tratte le differentie, è alta 88 ponti ed è lunga 66 ponti e noj voliamo sapere quanto tiene la detta botte. Prima multiplica i ponti de l'altezza per loro medesimi e di': 88 via 88. Che tti fa 7744, poi prende e' ponti de la lunghezza che ssò 66 e moltiplicali con quello moltiplicato de l'altezza e di': 66 via 7744. Che tti fa 51110, e questi parte prima per 9 che tti [fa] 56789 diciottesimi di quartuccio e rimanti 3 ponti; puoi parte 56789 per 9 che tti fa 6309 meziuartucci e rimanti 8 che ciascuno di questo 8 vale uno diciottesimo di quartuccio, ora parte questi 6309 meziuartucci per 8 che tti fa 788 metadelle e rimanti 5 meziuartucci cioè 2 quartucci e 1/2, ora parte queste 788 metadelle per 16 che tti fa 49 staja e 4 metadelle. E n'è che la detta botte, alta 88 ponti et lunga 66 ponti, tiene staja 49 metadelle 4 quartucci 2 1/2 e 8 diciottesimi di quartuccio e 3 ponti, ài fatta la tua ragione e così fa' tutte simiglianti ragioni, che so' staja 49 quartucci 18 e tre 8/9 e 2/3 di nono di quartuccio.

Nela⁽ⁱ⁾ misura de le botti el braccio a canna sanese si divide in 45 ponti e, secondo el mio parere cioè di me Tomasso da la Gazaja Kavalieri, el braccio a canna di Siena quadro tiene staja 11 quartucci 11 10/11 di quartuccio; e questo mostro per due modi come apresso diremo.

^(h) Questa parte è preceduta da un segno di croce, dal disegno di una mano che indica e da una corona.

⁽ⁱ⁾ Questa parte è preceduta dal disegno di una mano che indica.

E prima per la misura de le botti secondo la mia regola una botte dove trattone le differenti, entrasse pontalmente uno braccio quadrato si debbi fare in questo modo. Prima multiplica 45 ponti via 45 fa 2025, di questo prende $\frac{4}{7}$ che so' $1157 \frac{1}{7}$, agiusta insieme 2025 con $1157 \frac{1}{7}$ fa $3182 \frac{1}{7}$, e questi multiplica per 14 e di': 15 via $3182 \frac{1}{7}$ fa 44550. E questo parti per 11 che ne viene 4050 e tanti ponti è tutto el tondo dove cape uno braccio quadro. Ora poniamo che questa sia una botte et che questi ponti sieno la faccia dinanzi, ora si vuole fare per la lunghezza che è uno braccio, cioè 45 ponti, et però si vuole multiplicare 45 ponti via 4050 fa 182250, e questi ponti ti conviene esquadrate per questo modo. Partirgli 3 volte per 12 e una volta per sei che, in somma, ti fa: staja 17 e quartucci 37, e tanto tiene la botte dove capisse a punto uno braccio quadrato, trattone le differenti; de le quali staja 17 quartucci 37 prende $\frac{7}{11}$ che sso' staja 11 quartucci $11 \frac{10}{11}$ di quartuccio. E tanto tiene quello braccio quadrato, cioè staja 11 quartucci $11 \frac{10}{11}$ di quartuccio.

Hora la puoi provare per un altro modo, cioè per lo rivescio e dire: una botte che sia alta uno braccio, cioè 45 ponti, e lunga uno braccio, cioè altre 45 ponti, e io voglio sapere quello che ttiene. Fa' in questo modo, di': 45 via 45 fa 2025. Puoi, per la lunghezza, fa' 45 via 2025 fa 91125 e tanto ponti è tutta la botte che recati et isquadrati a staja, come facesti di sopra; cioè partire 3 volte per 12 e una volta per 6, viene staja 8 quartucci $50 \frac{1}{2}$. Hora per renderlo a braccio quadrato vi ti conviene agiugnare $\frac{3}{11}$ di staja 8 quartucci $50 \frac{1}{2}$, che sso' staja 2 quartucci viene agiugnare $\frac{3}{11}$ di staja 8 quartucci $50 \frac{1}{2}$, che sso' staja 2 quartucci $25 \frac{9}{22}$, che tti fa staja 11 quartucci $11 \frac{40}{44}$ di quartuccio, diminuito per 4 sono $10 \frac{10}{11}$. E tanto tiene el braccio quadrato, cioè staja 11 quartucci $11 \frac{10}{11}$ di quartuccio; ed è fatta. Et vedi si rincontra l'una come l'altra di queste 2 recole.

Anco, perchè voglio che intenda tutto, sapi che nel primo partire per 12 quello che tti rimane sono ponti e sappi che sei ponti sono $\frac{1}{27}$ di quartuccio, nel sicondo partire quello ti rimane ciascuno vale $\frac{2}{27}$ di quartuccio, nel 3° partire quello che tti rimane ciascuno vale $\frac{8}{9}$ di quartuccio, quando parti poi per 6 quello ti fa sono staja e quello ti rimane ciascuno vale $\frac{1}{6}$ stajo cioè quartucci $10 \frac{2}{3}$.

E sappi che 'l quartuccio nel tondo porta ponti 162, cioè de' detti ponti di 45 per bracio, e non bisogna altrimenti recare a quadro chè recati a quadro fa $127 \frac{4}{14}$; sì che nel tondo tiene el quartuccio ponti 162 e nel quadro tiene ponti $127 \frac{4}{14}$.

E lo stajo nel tondo tiene ponti 10368 e nel quadro tiene ponti 8146 $\frac{4}{14}$.

E se parti nel tondo ponti 10368 tre volte per 12 e una per sei è uno stajo. Et se rechi 10368 a quadro viene 8146 $\frac{4}{14}$, partendoli per $127 \frac{4}{14}$ viene 64 quartucci cioè uno stajo. E tutta questa regola è secondo el parere di me Tomasso da la Gazaja Kavalieri, salvo sempre migliore parere e senpre intendendosi a le misure di Siena così del

braccio et così de lo stajo. Deo gratias. E quello partire 3 volte per 12 e una volta per 6 ti reca a quadro quella ritondità.

[.....]

Anco ⁽¹⁾ ti voglio mostrare che tiene uno braccio quadrato per uno 3° modo, oltre a' due modi t'ò mostrato nel foglio qui dallato dov'è una mano segnata; per lo quale, secondo mio parere, neuno geometra può con ragione contraddire. La quale regola mi viene nela mente puoj ebbi conposte le due passate regole confermate per questa et questa confermata e aprovata per quelle, e gitta ciascheduna in medesimo modo, e diremo così. Radice del diametro maggiore del braccio quadro, cioè di ponti 45 et bracio, non si può trovare così appunto specificata; ma alla nostra ragione basta di tenere questo modo. Moltiplicare l'una de le facce del quadro per se medesima et dire: ponti 45 via ponti 45 fa 2025. Radopiarli che fa 4050 e la radice di questo numero, cioè di 4050, è el diametro maggiore del braccio quadro, cioè dall'uno cantone all'altro, ed è poco meno di ponti 63 $\frac{9}{14}$. Ma quanto sia a la ragione nostra non bisogna sapere però che volendo misurare una botte la quale, trattone le differenze, fosse el suo diametro radice di ponti 4050, debbi così dire: radice di 4050 via radice di 4050 fa 4050. E tanto è la misura dinanzi de la botte. Hora fa' per la lunghezza de la botte che è lunga uno braccio, cioè ponti 45, e di': 45 via 4050 fa 182250. E' quali ti conviene partire 3 volte per 12 e una volta per sei perchè vedi che partita la prima volta per 12 ti fa 15187 e rimanti 6, e questo partito la seconda volta per 12 ti fa 1265 e rimanti 7, e questo partito la terza volta per 12 ti fa 105 e rimanti 5. Hora parte questi 105 per 6 che tti fa 17 e rimanti 3, e sappi che questo 17 sono staja 17. E tutti questi rotti che tti sono rimasti, recati a sano sì come vedi per la regola passata, montano quartucci 37, sì che ài in somma: staja 17 quartucci 37 de' quali ti conviene cavar per la ritondità de la botte, volendo che rimanga colamente el braccio quadrato, $\frac{4}{11}$ de le dette staja 17 quartucci 37, che sono staja 6 quartucci $\frac{25}{11}$ di quartuccio: restano al braccio quadrato rimanere staja 11 quartucci $\frac{11}{10}$ di quartuccio. E tanto tiene il braccio quadrato, cioè staja 11 quartuccio $\frac{10}{11}$ di quartuccio al parere di me Tomasso da la Gazaja Kavalieri antedetto.

La inanzi scritta tavola si sono botti misurate e dove dice in principio una botte quel 36 che seguita sono i ponti dell'altezza e quello 24 che seguita sono i punti de la lunghezza, trattone la differenza come si conviene, e quello 3 che seguita è la tenuta de la botte. Dunque vedi che una botte, che fosse alta ponti 36 e lunga 24, tiene staja 3 di vino a la misura sanese. E così la botte ch'è alta pure ponti 36 e lunga ponti 25 tiene staja 3 quartucci 8. E così la botte ch'è alta ponti 37, de la seconda posta, e lunga ponti 24 tiene staja 3 quartucci $\frac{10}{5}$; e così seguitano tutte l'altre. E' ponti di questa ragione sono 45 ponti per braccio a canna senese a punto. E la regola di fare la detta tavola è questa: che prima si vuole pigliare e ponti dell'altezza, trattone la differenza, e pigliarli di punto, e quelli moltiplicare per loro medesimi e dire: 36 via 36 fa 1296. Poi

⁽¹⁾ Questa parte è preceduta dal disegno di una mano che indica.

piglia e' ponti de la lunghezza de la botte, che sso' 24, e montipicali contra 1296 e di': 24 via 1296 fa 31104. E questo si vuole partire 3 volte per 12 e una per 6 en questo modo. Parte 31104 per 12, la prima volta, che ne viene 2592 e rimane 0; puoi parte, la 2^a volta, per 12 che ne viene 216 e rimane 0; puoi parte, la 3^a, per 12 che ne viene 216 e rimane 0; puoi parte, la 3^a, per 12 che ne viene 18 e rimane anco 0; poi parte, la 4^a volta, per sei che vedi ne viene staja tre a punto. Hora, perché più chiaramente intenda, ne porremo un'altra.

E diremo: una botte alta 43 punti, trattone la differenza a punto, è lunga ponti 30 a punto, voliamo sapere che tiene la detta botte. Debbi fare così, dire: ponti 43 via ponti 43 fa 1849. Poi piglia e' ponti de la lunghezza, che sono 30, e multipicali contra 1849 e di': 30 via 1849 fa 55470. E questo si vuole partire 3 volte per 12 e 1 volta per 6 en questo modo. Parte, la prima volta, 55470 per 12 che ne viene 4622 e rimane 6, che questo 6 è $\frac{1}{27}$ di quartuccio; poi parte, la 2^{da} volta, 4622 per 12 che ne viene 385 e rimane 2, che questo due vale $\frac{4}{27}$ di quartuccio; poi parte, la 3^a volta, 385 per 12 che ne viene 32 e rimane uno, che questo uno vale $\frac{8}{9}$ di quartucci; puoi parte, la 4^a volta, 32 per 6 che ne viene 5, che sono staja e rimane 2 che ciascuno vale quartucci $10 \frac{2}{3}$, sì che 2 vogliano quartucci $21 \frac{1}{3}$. Ora raccoglie questi rotti insieme e vedi monta staja 5 quartucci $22 \frac{11}{27}$ di quartuccio. Ed è fatta, e così debbi fare tutte l'altre quando no lle trovasse segnate per la seguente tavola, e non bisogna altrimenti recare la botte a quadro. Conposta e trovata e scritta per me Tomasso da la Gazzaja Kavaliero da Siena per suo diletto.

Item^(m) a volere perfettamente misurare una botte senza recare a quadro, prima si vuole cogliare le misure de' fondi dinanzi et dietro et dal fondo al manfano come è detto per l'altre regole e trarne le differenze come è debito. Puoi pigliare e' ponti dell'altezza et moltiplicarli per se medesimi et mirare quello montano, puoi pigliare e' ponti de la lunghezza de la botte e moltiplicarli con quello montano quel moltiplicato e' ponti de l'altezza e, quello montano così moltiplicati, partire prima per 18 e quello avanza sono ponti et quello viene so' noni di quartuccio; et puoi partire quello ti monta el partito per 9 e quello monta, così partito, sono quartucci e se tti resta neuno rotto sono ciascuno un $\frac{1}{9}$ di quartuccio. Ed è fatta la tua ragione. E, se vuoi recare a staja, parte per 8 e quello monta sono mezoquarti e quello ti resta rotto sono quartucci; puoi parte un'altra volta per 8 e quello monta sono staja e se tti avanza rotti sono mezoquarti; e ài fatta perfettamente la tua ragione. Verbi grazia, per darti esemplo: una botte è alta 96 ponti, tratte le differenze de' corpi e de' capanpi, ed è lunga 84 ponti e voliamo sapere quello che ttiene. Prima moltiplichiamo l'altezza per se medesima, che è alta 96 ponti e di': 96 via 96. Che tti fa 9216, poi piglia e' ponti de la lunghezza de la botte, che sono 84 ponti, et moltipicali con quello moltiplicato dell'altezza e di': 84 via 9216. Che tti fa 774144, e questi parte per 18 che tti

^(m) Questa parte è preceduta da un segno di croce, dal disegno di una mano che indica e da una corona.

fa 43008 e rimane 0; e questi parte per 9 che tti fa 4778 quartucci e rimanti 6/9 di quartuccio, cioè $2/3$ di quartuccio. Ora, volendo sapere quante staja sono, prima parte per 8 che tti fa quartucci 4778, 597 mezoquarti e rimanti 2 quartucci. Ora parte questi 597 mezoquarti per 8 che tti fa 74 staja e rimanti 5 mezoquarti. Ora agiusta insieme tutti questi numeri così partiti, che vedi ti fa 74 staja 5 mezoquarti 2 quartucci e $2/3$ di quartuccio; e tanto tiene la botte alta 96 ponti e lunga 84 punti, cioè staja 74 mezoquarti 5 quartucci $2 \frac{2}{3}$. Ed è fatta la tua ragione, et così fa' tutte l'altre simiglianti ragioni. Trovata questa regola per me Tomaxo da la Gazaja Kavaliero oltre all'altre regole per me trovate di simile materia come appare in questo Libro in più luoghi; ma questa mi pare la più agevole che neuna dell'altre. E, perché tu intenda quanto è di bisogno, sappi che sse nel primo partire per 18 ti rimanesse alcuno numero quello ti rimane sono ponti, che 16 ponti sono $1/27$ di quartuccio; ché, quantunque poco porti come tu vedi, pur voglio che intenda tutto di questa mia regola, senpre istando contento a la corretione di chi più ne sa.

E 'l sopradecto partire è quello che ssi reca a quadro senz'altro squadrare, senpre intendendo ponti 45 per braccio a cana sanese e la misura del vino e la sanese.

Qui apresso sarà scritta la tavola e la regola da cogliare li scemi per la regola del 60 fatta per Maestro Pavolo da Firenze.

Lo scemo si piglia per questa tavola scritta qui dietro con questa regola. Poniamo che la botte sia alta per lo suo diametro 72 e lo scemo sia 24 ponti, trattone la differentia, per tanto pigliaremo e' detti ponti de lo scemo netti de la differentia; e diremo: 24 via 60 fa 1440. E questo parte per lo diametro de la base, cioè per 72, che ne viene 20. Mira la tavola che tti dà 20, che vedi ti dà $17 \frac{31}{60}$. Ora questo montiplica co' la tenuta de la botte, che poniamo tenga staja 18, e di': 18 via $17 \frac{31}{60}$ fa $315 \frac{18}{60}$. E questo parte per 60, che ne viene, puoi dire, staja 5 quartucci 16; e tanto è scema la botte, cioè: staja $5 \frac{1}{4}$. Ed è fatta e questa è la regola del 60.

Per 1 piglia	14/60	Per 16 piglia	12 51/60
2 pi.	0 37/60	17 pi.	13 59/60
3 pi.	1 8/60	18 pi.	15 8/60
4 pi.	1 43/60	19 pi.	16 19/60
5 pi.	2 24/60	20 pi.	17 31/60
6 pi.	3 7/60	21 pi.	18 43/60
7 pi.	3 55/60	22 pi.	19 57/60
8 pi.	4 46/60	23 pi.	21 20/60
9 pi.	5 38/60	24 pi.	22 25/60
10 pi.	6 35/60	25 pi.	23 40/60
11 pi.	7 33/60	26 pi.	24 56/60
12 pi.	8 33/60	27 pi.	26 11/60
13 pi.	9 35/60	28 pi.	27 28/60
14 pi.	10 38/60	29 pi.	28 44/60
15 pi.	11 44/60	30 pi.	30

Ecci anco un'altra regola da chogliare li scemi, la quale è scritta indietro a fo. 69 che dice:

per lo 1/2 piglia 1/2	per 2/11 pi. 1/8
per 1/3 pi. 7/24	per 3/11 pi. 3/13
per 1/4 pi. 1/5	per 4/11 pi. 1/3
per 1/5 pi. 1/7	per 5/11 pi. 53/101
per 2/5 pi. 3/8	per 1/12 pi. 1/25
per 1/6 pi. 1/9	per 5/12 pi. 19/48
per 1/7 pi. 1/11	per 1/13 pi. 1/27
per 2/7 pi. 1/4	per 2/13 pi. 1/10
per 3/7 pi. 2/5	per 3/13 pi. 3/17
per 1/8 pi. 1/13	per 1/14 pi. 1/30
per 3/8 pi. 1/3	per 1/15 pi. 1/34
per 1/9 pi. 1/16	per 1/16 pi. 1/40
per 2/9 pi. 1/6	per 1/17 pi. 1/42
per 4/9 pi. 7/16	per 1/18 pi. 1/44
per 1/10 pi. 1/19	per 1/19 pi. 1/47
per 3/10 pi. 3/11	per 1/20 pi. 1/53
per 1/11 pi. 1/23	

E questo s'intende che se la botte è scema el terzo de' ponti, trattone la differenza, si può dire la botte essere scema 7/24 di ciò che tiene la botte; e se è scema el quarto de' ponti del diametro, trattone la differenza come è detto. la botte è scema el 1/5, e così seguita per gli altri numeri come vedi in questa tavola scritto. E così s'accorda assai convenevolmente cho' la regola del 60 e scritta di sopra co' la sua tavola.

La seguente tavola si dimostra le misure de le botti e di rotti de la prima posta per la quale intendarai tutte l'altre. Tu vedi che comincia soldi 4 denari 0, per soldi 1, staja 2 quartucci 42 e noni 6 s'intende di quartuccio. Sapi che soldi 4 sono e' ponti dell'altezza che sso' 48 ponti che gli chiamo soldi 4 denari 0, per soldi 7 s'intende di lungeza de la botte che fosse lunga ponti 12 che vedi sono soldi 1. Volendo sapere quello che ti tiene ti conviene moltiplicare l'altezza per se medesima e dire: soldi 4 via soldi 4 fa soldi 16. Questi soldi 16 parte per 6 che ne viene 2 e 2/3 cioè 2 sani, che so' due staja, e avanzati soldi 4 che ciascuno soldo vale quartucci 10 2/3, unde vedi che monta staja 2 quartucci 42 nonj 6 che sso' 2/3 di quartuccio. Se fosse di lunghezza 1 denajo più d'un soldo, si vuole agiugnare al detto numero 1/12 più che è quartucci 14 nonj 2; e per 2 denari più, che è 1/16 soldo, si vuole giugnere, a la soma di staja 2 quartucci 42 2/3, quartucci 28 4/9; e così a denajo a denajo cioè a punto a punto de la lunghezza crescere nel modo detto. Se fosse longa soldi 2, cioè 24 punti, radopiare cioè fare 2 volte staja 2 quartucci 42 6/9, che so' staja 5 quartucci 21 nonj 3. S se fosse lunga soldi 3, fare 3 contanto, che monta staja 8 quartucci 0. E per soldi 4, fare quatro contanto, che monta staja 10 quartucci 42 nonj 6. E per soldi 5, fare 5 tanto, che monta staja 13 quartucci 21 nonj 3. E puoi avere inteso la prima posta, et così si vuole fare l'altre che, vedi, dice soldi 4 denari 1, per soldi 1, staja 2

quartucci 49 nonj $7 \frac{2}{3}$ di nono che ssi vuole per simile modo moltiplicare l'altezza e dire: soldi 4 denari 1 via soldi 4 denari 1 fa soldi 16 denari $8 \frac{1}{144}$ [1/12]⁽ⁿ⁾; partito per 6, come ti dissi di sopra, ti vale staja 2 quartucci 49 noni $7 \frac{2}{3}$. E per uno denajo più d'uno soldo di lunghezza quartucci 14 noni $7 \frac{1}{6}$ [14/36] più et c.. E così seguita di posta in posta, sicchè puoi aria colta la misura dell'altezza de la botte, e trattone la differenza puntualmente, e colta similmente la lunghezza, ricore a la seguente tavola e trua qualla posta che tti risponde a la tua misura e quella ti dimostarrà la tenuta della botte, sempre intendendo ch'e' ponti sieno di 45 per braccio a canna sanese e simile a lo stajo sanese. Conposta, trovata et scritta per me Tomasso da la Gazzaja Kavaliero da sSiena per suo diletto; la quale regola e seguente tavola, secondo el mio parere, è perfetta più che nessun'altra sì come è la passata, anco per me, trovata; e non è di bisogno, nè quella nè questa, altrimenti recare a quadro.

El quartuccio nel tondo si vuole fare di ponti 162, senza recagli a quadro, altrimenti dove recati a quadro si vuole fare el quartuccio ponti $127 \frac{4}{14}$, cioè di ponti 45 per braccio a canna a la sanese. E così lo stajo è nel tondo ponti 10368 e, recati a quadro, e ponti $8146 \frac{4}{14}$.

Regola (°) perfetta da misurare botti trovata per Tomasso de la Gazzaja Kavaliero. Prima: avere le misure pontate di ponti 45 per braccio sanese a canna et misurare l'alteza de la botte, tratte le differenze de' corpi e de' capanpi come detto è per l'altre regole, e quelli ponti ch'è alta la botte, tratte le differenze, moltiplicare per loro medesimi; e tiene a mente quello ti fa. Puoi prende e' ponti de la lunghezza de la botte et moltiplicare con quello moltiplicato dell'altezza e quello ti fa, così moltiplicato, parte per 18 e quello ti fa sono nonj di quartuccio e quello ti resta sono ponti. Or quello ti fa così partito, se 'l parti per 9 quello ti fa sono quartucci, et se 'l parti per 12 quello ti fa sono terzuole, et se 'l parti per 18 quello ti fa so' mezzetto. E se parti e' quartucci per 64 quello ti fa sono staja, e se parti le terzeruole per 48 quello ti fa sono staja simigliantemente, e così se parti le mezzette per 32 quello ti fa sono staja. Ed è fatta la tua ragione, senpre intendendo a le misure sanensi.

APPENDICE

INCIPIT LIBER GEOMETRIAE P.^{us} QUAT.^{us} PAUCIS RELICTIS SIC SEQUITUR

136 r. - *E' partire per regola.*

⁽ⁿ⁾ *Nota marginale:* In questo modo: prima moltiplicare 4 soldi via 4 soldi fa 16 soldi, puoi fare 4 soldi via $\frac{1}{12}$ denajo [soldo] e 4 soldi via un denajo fa 8 denari e àj 16 soldi e 8 denari; puoi fare uno denajo cioè $\frac{1}{12}$ di soldo via $\frac{1}{12}$ di soldo fa $\frac{1}{144}$ di soldo, ch'è $\frac{1}{12}$ di denajo; e àj in soma soldi 16 denari 8 e $\frac{1}{12}$ di denaro. El soldo vale $\frac{1}{6}$ stajo, il denajo vale $\frac{8}{9}$ di quartuccio e 'l $\frac{1}{12}$ vale $\frac{2}{3}$ di $\frac{1}{9}$ di quartuccio cioè il $\frac{1}{12}$ denajo che viene [.....]

^(°) *Questa parte è preceduta da un segno di croce, dal disegno di una mano che indica e da una corona.*

- 136 r. - *Quest'è lo partire a danda et provato per 7.*
137 v. - *E' multiplicazioni di numeri spezzati, vel rocti.*
138 v. - *E' soctrainento di numeri spezzati, vel rocti.*
139 r. - *E' diminuire, vel menoùare, di numeri e rocti inn apariscienza modo in quantità.*
139 v. - *E' a partire in ciento, cioè per lo quintale di ciento libre.*
156 v. - *Ragioni di baracti.*
160 r. - *Regole tutte disposte delle tre chose.*
163 v. - *Ragioni di numeri.*
164 v. - *Praticha di Geometria e tutte misure di terre.*
173 r. - *Ragioni di tempo.*
175 v. - *Ragioni di saldare e di rechare a termine.*
184 r. - *Régola da misurare botti et cogliare scemi et, prima, l'enposte da cogliare li scemi come apresso diremo.*
188 r. - *[Cambi di misure ed altro]*
233 r. - *Inchomincia che chosa è saldare e rechare a ttermine.*
237 v. - *Inchomincio le ragioni di rechare a termine.*
240 r. - *Al nome di Dio amen, qui inchominciamo [lege di monete].*
252 v. - *Inchomincio il partire e dicho chosì.*
252 r. - *Ragioni da leghare oro e ariento.*
277 v. - *Qui apresso sarà scritta la tavola e la regola da cogliere li scemi per la regola del 60 fatta per Maestro Pavolo da Firenze.*